

Aufgabe „Diesel-PKW“

AUFGABENSTELLUNG

In der Aprilausgabe 2004 der Zeitschrift „auto touring“ findet man auf den Seiten 3 und 54 folgende Angaben:

29.000 Tonnen an Partikeln (Anm.: Partikeln meint sehr kleine Teilchen) belasten insgesamt pro Jahr Österreichs Luft, erhoben ÖAMTC AKADEMIE und TU-Wien: Ruß, Feinstaub, Rollsplitt, Gummiabrieb und vieles mehr.

Vier Fünftel davon stammen aus anderen Quellen als dem Verkehr (Industrie, Haushalte ...), für knapp die Hälfte des restlichen Fünftels sind Diesel-PKW verantwortlich.

Reduktion auf quasi null durch Partikelfilter: Der Filter reduziert die Rußpartikel im Abgas von Diesel-PKW um mehr als 99%.

- a) Wie viele Tonnen Partikeln werden in Österreich jährlich durch Diesel-PKW freigesetzt?
- b) Um wie viel Prozent ließe sich die Luftbelastung Österreichs durch Partikeln reduzieren, wenn alle Diesel-PKW entsprechende Filter verwenden würden?

KLASSIFIKATION

Folgende Standards werden angesprochen:

- Ø **Allgemeine mathematische Kompetenz A2: Operieren, Rechnen**
„Ich kann mit Dezimalzahlen und Bruchzahlen rechnen“
- Ø **Inhaltliche mathematische Kompetenz B1: Arbeiten mit Zahlen und Maßen**
„Ich kann Prozentrechnen“
- Ø **Komplexitätsniveau**
Teil a) mittlere Komplexität
Teil b) geringe Komplexität

HILFSMITTEL

keine (eventuell Taschenrechner)

ZIELE, LÖSUNGSERWARTUNG

Die Schüler(innen) müssen hier zunächst einen etwas komplexeren Text verständlich lesen und die für die Fragestellungen relevanten Beziehungen herausfinden können; darüber hinaus müssen sie einfache Berechnungen mit Bruchzahlen und Prozenten durchführen können.

- a) Ein Fünftel von 29.000 Tonnen Partikeln wird durch den (Straßen-)Verkehr freigesetzt, (knapp) die Hälfte davon durch Diesel-PKW.
Man kann also $\frac{1}{5}$ von 29.000 berechnen, d. h. $\frac{1}{5} \cdot 29000 = 5800$ und davon die Hälfte nehmen, also $5800:2 = 2900$, oder – „eleganter“ – überlegen, dass die Hälfte von $\frac{1}{5}$ wohl $\frac{1}{10}$ sein muss und $\frac{1}{10}$ von 29000 den Wert 2900 ergibt.

Eine kleine Schwierigkeit ergibt sich aus der Formulierung „knapp die Hälfte“, die man nicht in der Rechnung, wohl aber in der Antwort berücksichtigen kann.

Eine korrekte Antwort wäre etwa: *Durch Diesel-PKW werden in Österreich jährlich knapp 2.900 Tonnen Partikeln freigesetzt.*

- b) Man hält sich an die etwas ungenaue Textformulierung „Reduktion auf quasi null“ (bzw. überlegt, dass sich bei einer Partikelreduktion um „mehr als 99%“ die dann noch freigesetzten Partikeln nur marginal auswirken können und den gesuchten Prozentsatz kaum beeinflussen). Dann muss man nur das in a) gefundene Zwischenergebnis $1/10$ (oder $2900 : 29000 = 0,1$) in Prozent ausdrücken – $1/10 = 0,1 = 10\%$ - und erhält als Antwort: *Würden alle Diesel-PKW Partikelfilter verwenden, so würde sich dadurch die Luftbelastung durch Partikeln in Österreich um knapp 10% verringern.*

Aufgabe „Zuschläge und Rabatte“

AUFGABENSTELLUNG

Angebote dreier Firmen:

- Firma A: *Wir verrechnen zuerst einen Transportzuschlag von 10% des Warenpreises und ziehen vom Gesamtbetrag einen Rabatt von 20% ab.*
- Firma B: *Wir ziehen zuerst vom Warenpreis einen Rabatt von 20% ab und verrechnen dann einen Transportzuschlag von 10% dieses verringerten Betrages.*
- Firma C: *Wir verrechnen keinen Transportzuschlag und gewähren auf den Warenpreis einen Rabatt von 10%.*

Du möchtest die Ware natürlich zu einem möglichst günstigen Preis beziehen. Für welches Angebot (welche Firma) würdest du dich entscheiden? Begründe deine Entscheidung!

KLASSIFIKATION

Folgende Standards werden angesprochen:

- Ø **Allgemeine mathematische Kompetenz A4: Argumentieren und Begründen**
„Ich kann die Entscheidung für eine bestimmte Lösung begründen“, „Ich kann einfache mathematische Begründungen geben“
- Ø **Inhaltliche mathematische Kompetenz B1: Arbeiten mit Zahlen und Maßen**
„Ich kann Prozentrechnen“
- Ø **Komplexitätsniveau**
mittlere Komplexität

HILFSMITTEL

keine (eventuell Taschenrechner)

ZIELE, LÖSUNGSERWARTUNG

Die Schüler(innen) müssen wissen, dass „vermehrte um p%“ durch die multiplikative Operation „mal $(1+p/100)$ “ dargestellt werden kann, „vermindere um p%“ durch die multiplikative Operation „mal $(1-p/100)$ “. Dann kann z. B. in folgender Weise argumentiert werden:

Ich bezeichne den Warenpreis mit W .

Die Firma A verrechnet $(1,1 \times W) \times 0,8$

Die Firma B verrechnet $(0,8 \times W) \times 1,1$

In beiden Fällen erhält man $0,88 \times W$ (was so sein muss, weil man bei der Multiplikation die Reihenfolge vertauschen und Klammern beliebig setzen darf – Kommutativgesetz und Assoziativgesetz der Multiplikation).

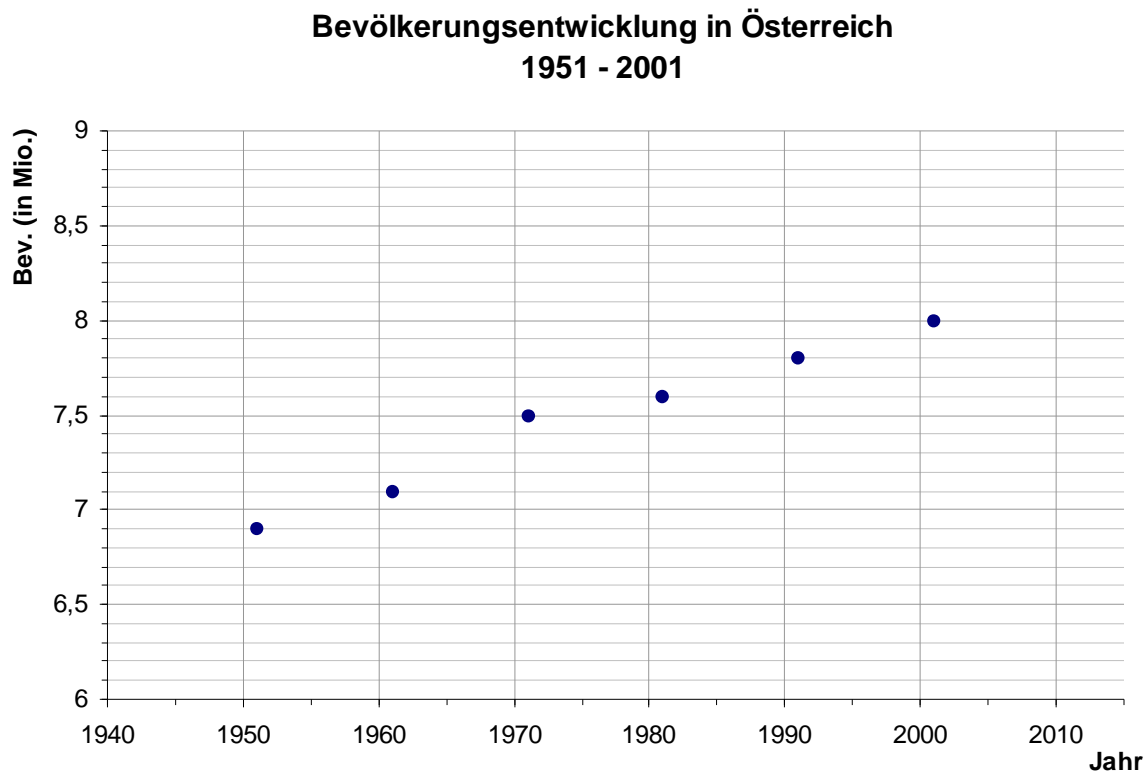
Die Firma C hingegen verrechnet $0,9 \times W$, ist also teurer als A und B.

Ich würde mich daher für die Firma A oder die Firma B entscheiden, das macht preislich keinen Unterschied.

Aufgabe „Bevölkerungsentwicklung in Österreich“

AUFGABENSTELLUNG

Das folgende Diagramm zeigt die Bevölkerungsentwicklung der letzten 50 Jahre in Österreich:



- Zeichne in das Diagramm „nach Gefühl“ eine Gerade ein, die die Bevölkerungsentwicklung seit 1951 möglichst gut beschreibt („Trendgerade“) und prognostiziere mit Hilfe der gezeichneten Trendgeraden die Bevölkerungszahl Österreichs im Jahre 2010!
- Ein Mitschüler hat lediglich die Punkte bei 1991 und 2001 durch eine Gerade verbunden und mit Hilfe dieser Geraden die Bevölkerungszahl im Jahre 2010 prognostiziert. Was meinst du dazu, für welche Vorgehensweise würdest du dich entscheiden?

KLASSIFIKATION

Folgende Standards werden angesprochen:

- Ø **Allgemeine mathematische Kompetenzen A1: Modellbilden, Darstellen** sowie **A3: Interpretieren und Dokumentieren**
Teil a): „Ich kann Sachverhalte in eine grafische Darstellung umsetzen“, „Ich kann Tabellen und Grafen lesen“, „Ich kann statistische Daten interpretieren“
Teil b): „Ich kann mich für ein bestimmtes Modell zur Bearbeitung eines mathematischen Problems entscheiden“
- Ø **Inhaltliche mathematische Kompetenzen B2: Arbeiten mit Variablen und funktionalen Abhängigkeiten** sowie **B4: Arbeiten mit statistischen Kenngrößen und Darstellungen**

Teil a): „Ich kann Tabellen und Grafen lesen und interpretieren“, „Ich kann Datenmengen untersuchen“

Teil b): „Ich kann statistische Aussagen interpretieren“

Ø **Komplexitätsniveau**

Teil a): geringe Komplexität

Teil b): höhere Komplexität

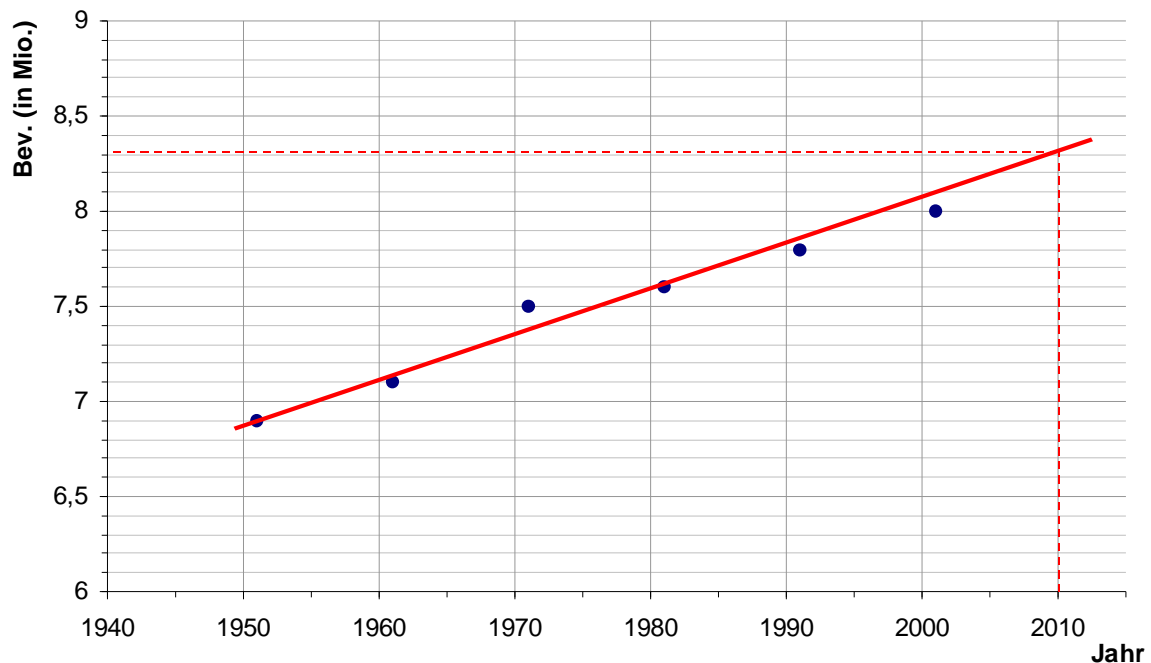
HILFSMITTEL

Lineal

ZIELE, LÖSUNGSERWARTUNG

- a) Die Schüler(innen) müssen
- ein Streudiagramm lesen und interpretieren können
 - einen (annähernd) linearen Trend erkennen und mit Hilfe einer Geraden grafisch veranschaulichen können
 - aus der grafischen Darstellung einer Trendgeraden Prognosewerte ermitteln können

**Bevölkerungsentwicklung in Österreich
1951 - 2001**



Bei gleichbleibendem Trend ist im Jahr 2010 in Österreich eine Bevölkerungszahl von etwas mehr als 8,3 Millionen zu erwarten.

- b) *Die Trendgerade berücksichtigt alle gegebenen Daten von 1951 – 2001 in gleicher Weise, die Prognose meines Mitschülers berücksichtigt nur die Werte von 1991 und 2001. Das kann sinnvoll sein, wenn der Trend in früheren Jahren deutlich anders verläuft, kann aber auch problematisch sein (eine Prognose der Bevölkerungszahl im Jahre 1981 anhand der*

Aufgabe 3
„Bevölkerungsentwicklung in Österreich“

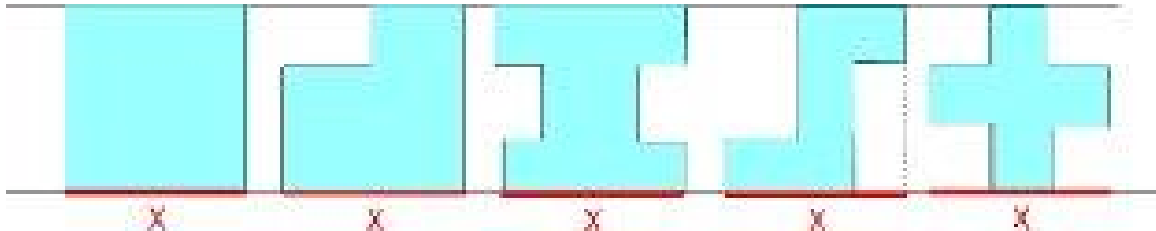
Werte 1961 und 1971 etwa hätte nur sehr schlecht gepasst). Ich würde mich daher im Normalfall und auch in diesem Beispiel für das Modell der Trendgeraden entscheiden, wobei ich bei der nach Gefühl eingezeichneten Trendgeraden eventuell versuchen würde, die jüngeren Daten etwas stärker zu berücksichtigen als weiter zurückliegende.

Aufgabe „Umfang von ebenen Figuren“

AUFGABENSTELLUNG

Welche Figur hat den größten Umfang?

Begründe deine Antwort!



KLASSIFIKATION

Folgende Standards werden angesprochen:

- Ø **Allgemeine mathematische Kompetenz A4: Argumentieren und Begründen**
„Ich kann die Entscheidung für eine bestimmte Lösung begründen“, „Ich kann durch Probieren zu einer Vermutung kommen und diese begründen“
- Ø **Inhaltliche mathematische Kompetenz B3: Arbeiten mit Figuren und Körpern**
„Ich kann den Flächeninhalt und Umfang von Flächen bestimmen“
- Ø **Komplexitätsniveau**
mittlere Komplexität

HILFSMITTEL

keine (eventuell Lineal)

ZIELE, LÖSUNGSERWARTUNG

Die Schüler(innen) erkennen, dass die mittlere Figur den größten Umfang hat.

Die Begründung kann auf verschiedene Arten erfolgen, etwa:

- Verbal: *Ich erkenne, dass durch das Verschieben von Randlinien in allen Fällen – ausgenommen bei der mittleren Figur – das linke Quadrat erzeugt werden kann. Lediglich bei der mittleren Figur bleiben vier Begrenzungslinien übrig.*
- Grafisch: Das „Verschieben“ wird in der Zeichnung angedeutet und auf die „überzähligen Linien“ wird hingewiesen.
- Man kann auch mit dem Lineal abmessen und dies – die Messergebnisse – als Begründung anführen.
- Man könnte auch die diversen Strecken mit a, b, c, ... bezeichnen und algebraisch zur richtigen Antwort kommen.

Aufgabe „Stadion“

AUFGABENSTELLUNG

Bei einem Bundesligaspiel werden insgesamt x Karten für Stehplätze zum Preis von jeweils p Euro sowie y Karten für Sitzplätze zum Preis von jeweils P Euro verkauft.

- Was bedeutet $x + y$?
- Wie, d. h. mit welcher Formel, könnte man die gesamten Einnahmen aus dem Verkauf der Sitzplatzkarten ermitteln!
- Was bedeutet $x \cdot p + y \cdot P$?

KLASSIFIKATION

Folgende Standards werden angesprochen:

Ø Allgemeine mathematische Kompetenz A1: Modellbilden, Darstellen

„Ich kann die geeignete Formel für ein Problem finden“

Ø Inhaltliche mathematische Kompetenz B2: Arbeiten mit Variablen und funktionalen Abhängigkeiten

„Ich kann Formeln aufstellen und mathematische Probleme mit Hilfe von Variablen formulieren“

Ø Komplexitätsniveau

geringe Komplexität

HILFSMITTEL

keine

ZIELE, LÖSUNGSERWARTUNG

Die Schüler(innen) müssen Variablen und Terme (Formeln) interpretieren können und einfache Berechnungen mit Hilfe von Variablen allgemein darstellen können.

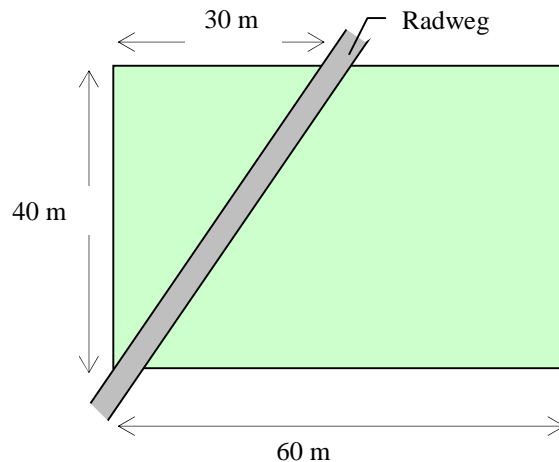
- $x+y$ gibt die Anzahl der insgesamt verkauften Karten an.
- Bezeichnet man die durch den Verkauf von Sitzplatzkarten erzielten Einnahmen mit E , dann muss gelten: $E = yP$
- $x \cdot p + y \cdot P$ meint die aus dem Verkauf von Sitzplatz- und Stehplatzkarten erzielten Gesamteinnahmen.

Aufgabe „Radweg“

AUFGABENSTELLUNG

Durch einen Acker von Frau Bauer, Landwirtin in Tirol, wird ein 2 m breiter Radweg gelegt (siehe nebenstehende Zeichnung). Sie erhält von der Gemeinde eine Entschädigung von €37,-- pro m².

Wie hoch ist die Entschädigung, die Frau Bauer insgesamt erhält?



KLASSIFIKATION

Folgende Standards werden angesprochen:

- Ø **Allgemeine mathematische Kompetenz A1: Modellbilden, Darstellen**
„Ich kann die geeignete Formel für ein Problem finden“
- Ø **Inhaltliche mathematische Kompetenz B3: Arbeiten mit Figuren und Körpern**
„Ich kann den Flächeninhalt und den Umfang bestimmter Flächen berechnen“, Ich kann den pythagoräischen Lehrsatz anwenden“
- Ø **Komplexitätsniveau**
höhere Komplexität

HILFSMITTEL

keine (eventuell Taschenrechner)

ZIELE, LÖSUNGSERWARTUNG

Die Schüler(innen) müssen erkennen, dass der durch den Radweg wegfallende Teil des Ackers die Form eines Parallelogramms hat. Sie müssen die Formel für den Flächeninhalt des Parallelogramms wissen und erkennen, dass sie von diesem Parallelogramm zwar die Höhen, jedoch keine Seite kennen. Sie müssen weiters erkennen, dass die längere Seite des Parallelogramms zugleich die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks ist, von dem die Längen der Katheten mit $a=40$ und $b=30$ in der Zeichnung angegeben sind. Sie müssen weiters wissen, dass sie mit Hilfe des pythagoräischen Lehrsatzes die Länge der Hypotenuse dieses Dreiecks (zugleich Seitenlänge des Parallelogramms) und damit den Flächeninhalt des Parallelogramms berechnen können.

Schließlich müssen sie die Höhe der Entschädigung für diese Fläche ermitteln können.

Bezeichnet man die längere Seite des Parallelogramms mit x , so gilt (pythagoräischer Lehrsatz): $x^2 = 40^2 + 30^2 \Leftrightarrow x^2 = 2500 \Leftrightarrow x = 50$ ($x = -50$ kommt hier nicht in Frage).

Der Flächeninhalt A des Parallelogramms ist dann $A = x \cdot 2 = 100$, also 100 m^2 , die Entschädigung $E = 37 \cdot 100 = 3700$.

Frau Bauer erhält somit eine Entschädigung von €3.700,--.